

# Регистровые машины

## Регистровые машины

Регистровая машина имеет конечное количество *регистров*  $R_1, \dots, R_n$  каждый из которых может содержать произвольно большое натуральное число.

## Регистровые машины

Регистровая машина имеет конечное количество *регистров*  $R_1, \dots, R_n$  каждый из которых может содержать произвольно большое натуральное число. Машина выполняет *программу* состоящую из конечного числа *инструкций* снабженных *метками*  $S_1, \dots, S_m$ . Когда машина выполняет инструкцию с меткой  $S_k$ , мы говорим, что машина находится в *состоянии*  $S_k$ .

## Регистровые машины

Регистровая машина имеет конечное количество *регистров*  $R_1, \dots, R_n$  каждый из которых может содержать произвольно большое натуральное число. Машина выполняет *программу* состоящую из конечного числа *инструкций* снабженных *метками*  $S_1, \dots, S_m$ . Когда машина выполняет инструкцию с меткой  $S_k$ , мы говорим, что машина находится в *состоянии*  $S_k$ .

Инструкции бывают трёх типов:

## Регистровые машины

Регистровая машина имеет конечное количество *регистров*  $R_1, \dots, R_n$  каждый из которых может содержать произвольно большое натуральное число. Машина выполняет *программу* состоящую из конечного числа *инструкций* снабженных *метками*  $S_1, \dots, S_m$ . Когда машина выполняет инструкцию с меткой  $S_k$ , мы говорим, что машина находится в *состоянии*  $S_k$ .

Инструкции бывают трёх типов:

I.  $S_k: R_\ell ++; S_i$

## Регистровые машины

Регистровая машина имеет конечное количество *регистров*  $R_1, \dots, R_\ell$  каждый из которых может содержать произвольно большое натуральное число. Машина выполняет *программу* состоящую из конечного числа *инструкций* снабженных *метками*  $S_1, \dots, S_m$ . Когда машина выполняет инструкцию с меткой  $S_k$ , мы говорим, что машина находится в *состоянии*  $S_k$ .

Инструкции бывают трёх типов:

- I.  $S_k: R_\ell + +; S_i$
- II.  $S_k: R_\ell - -; S_i; S_j$

## Регистровые машины

Регистровая машина имеет конечное количество *регистров*  $R_1, \dots, R_n$  каждый из которых может содержать произвольно большое натуральное число. Машина выполняет *программу* состоящую из конечного числа *инструкций* снабженных *метками*  $S_1, \dots, S_m$ . Когда машина выполняет инструкцию с меткой  $S_k$ , мы говорим, что машина находится в *состоянии*  $S_k$ .

Инструкции бывают трёх типов:

- I.  $S_k: R_l + +; S_i$
- II.  $S_k: R_l - -; S_i; S_j$
- III.  $S_k: \text{STOP}$

## Регистровые машины

Регистровая машина имеет конечное количество *регистров*  $R_1, \dots, R_n$  каждый из которых может содержать произвольно большое натуральное число. Машина выполняет *программу* состоящую из конечного числа *инструкций* снабженных *метками*  $S_1, \dots, S_m$ . Когда машина выполняет инструкцию с меткой  $S_k$ , мы говорим, что машина находится в *состоянии*  $S_k$ .

Инструкции бывают трёх типов:

- I.  $S_k: R_l + +; S_i$
- II.  $S_k: R_l - -; S_i; S_j$
- III.  $S_k: \text{STOP}$

Lambek [1961], Melzak [1961], Minsky [1961], Minsky [1967],  
Shepherdson и Sturgis [1963]

# Протокол

	$q$	$\dots$	$t + 1$	$t$	$\dots$	$0$
$S_1$	$s_{1,q}$	$\dots$	$s_{1,t+1}$	$s_{1,t}$	$\dots$	$s_{1,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$S_k$	$s_{k,q}$	$\dots$	$s_{k,t+1}$	$s_{k,t}$	$\dots$	$s_{k,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$S_m$	$s_{m,q}$	$\dots$	$s_{m,t+1}$	$s_{m,t}$	$\dots$	$s_{m,0}$

$$s_{k,t} = \begin{cases} 1, & \text{если на шаге } t \text{ машина была в состоянии } k \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

# Протокол

	$q$	$\dots$	$t+1$	$t$	$\dots$	$0$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$S_k$	$s_{k,q}$	$\dots$	$s_{k,t+1}$	$s_{k,t}$	$\dots$	$s_{k,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$R_1$	$r_{1,q}$	$\dots$	$r_{1,t+1}$	$r_{1,t}$	$\dots$	$r_{1,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$R_l$	$r_{l,q}$	$\dots$	$r_{l,t+1}$	$r_{l,t}$	$\dots$	$r_{l,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$R_n$	$r_{n,q}$	$\dots$	$r_{n,t+1}$	$r_{n,t}$	$\dots$	$r_{n,0}$

$r_{l,t}$  – это содержимое  $l$ -го регистра на шаге  $t$

# Протокол

	$q$	$\dots$	$t+1$	$t$	$\dots$	$0$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$Sk$	$s_{k,q}$	$\dots$	$s_{k,t+1}$	$s_{k,t}$	$\dots$	$s_{k,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$Rl$	$r_{l,q}$	$\dots$	$r_{l,t+1}$	$r_{l,t}$	$\dots$	$r_{l,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$Z_1$	$z_{1,q}$	$\dots$	$z_{1,t+1}$	$z_{1,t}$	$\dots$	$z_{1,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$Z_l$	$z_{l,q}$	$\dots$	$z_{l,t+1}$	$z_{l,t}$	$\dots$	$z_{l,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$Z_n$	$z_{n,q}$	$\dots$	$z_{n,t+1}$	$z_{n,t}$	$\dots$	$z_{n,0}$

$$z_{l,t} = \begin{cases} 1, & \text{если } r_{l,t} > 0 \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

## Новые значения регистров

$$r_{l,t+1} = r_{l,t} + \sum^+ s_{k,t} - \sum^- z_{l,t} s_{k,t}$$

где  $\sum^+$ -суммирование ведется по всем инструкциям вида

$$Sk : Rl ++; Si,$$

а  $\sum^-$ -суммирование – по всем инструкциям вида

$$Sk : Rl --; Si; Sj.$$

## Новые состояния

$$s_{d,t+1} = \sum^+ s_{k,t} + \sum^- z_{l,t} s_{k,t} + \sum^0 (1 - z_{l,t}) s_{k,t}$$

где  $\sum^+$ -суммирование ведется по всем инструкциям вида

$$Sk : Rl ++; Sd,$$

$\sum^-$ -суммирование ведется по всем инструкциям вида

$$Sk : Rl --; Sd; Sj,$$

а  $\sum^0$ -суммирование – по всем инструкциям вида

$$Sk : Rl --; Si; Sd.$$

Начальные значения

## Начальные значения

Всегда начинаем в состоянии S1:

$$s_{1,0} = 1,$$

$$s_{2,0} = \dots = s_{m,0} = 0.$$

## Начальные значения

Всегда начинаем в состоянии S1:

$$s_{1,0} = 1,$$

$$s_{2,0} = \dots = s_{m,0} = 0.$$

(Единственная) входная величина  $a$  помещается в регистр R1:

$$r_{1,0} = a,$$

## Начальные значения

Всегда начинаем в состоянии S1:

$$s_{1,0} = 1,$$

$$s_{2,0} = \dots = s_{m,0} = 0.$$

(Единственная) входная величина  $a$  помещается в регистр R1:

$$r_{1,0} = a,$$

все остальные регистры пусты:

$$r_{2,0} = \dots = r_{n,0} = 0.$$

## Остановка

$S_m$  является единственной командой STOP:

$$s_{m,q} = 1,$$

$$s_{1,q} = \dots = s_{m-1,q} = 0.$$

При остановке все регистры пусты:

$$r_{1,q} = \dots = r_{n,q} = 0.$$

# Протокол

	$q$	$\dots$	$t+1$	$t$	$\dots$	$0$
$S_k$	$s_{k,q}$	$\dots$	$s_{k,t+1}$	$s_{k,t}$	$\dots$	$s_{k,0}$
$R_l$	$r_{l,q}$	$\dots$	$r_{l,t+1}$	$r_{l,t}$	$\dots$	$r_{l,0}$
$Z_l$	$z_{l,q}$	$\dots$	$z_{l,t+1}$	$z_{l,t}$	$\dots$	$z_{l,0}$

# Протокол

	$q$	$\dots$	$t+1$	$t$	$\dots$	$0$
$S_k$	$s_{k,q}$	$\dots$	$s_{k,t+1}$	$s_{k,t}$	$\dots$	$s_{k,0}$
$R_l$	$r_{l,q}$	$\dots$	$r_{l,t+1}$	$r_{l,t}$	$\dots$	$r_{l,0}$
$Z_l$	$z_{l,q}$	$\dots$	$z_{l,t+1}$	$z_{l,t}$	$\dots$	$z_{l,0}$

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t$$

# Протокол

	$q$	$\dots$	$t+1$	$t$	$\dots$	$0$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$S_k$	$s_{k,q}$	$\dots$	$s_{k,t+1}$	$s_{k,t}$	$\dots$	$s_{k,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$R_l$	$r_{l,q}$	$\dots$	$r_{l,t+1}$	$r_{l,t}$	$\dots$	$r_{l,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$Z_l$	$z_{l,q}$	$\dots$	$z_{l,t+1}$	$z_{l,t}$	$\dots$	$z_{l,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

$$= s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t$$

# Протокол

	$q$	$\dots$	$t+1$	$t$	$\dots$	$0$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$S_k$	$s_{k,q}$	$\dots$	$s_{k,t+1}$	$s_{k,t}$	$\dots$	$s_{k,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$R_l$	$r_{l,q}$	$\dots$	$r_{l,t+1}$	$r_{l,t}$	$\dots$	$r_{l,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$Z_l$	$z_{l,q}$	$\dots$	$z_{l,t+1}$	$z_{l,t}$	$\dots$	$z_{l,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

$$= s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t$$

$$= r_l = \sum_{t=0}^q r_{l,t} b^t$$

# Протокол

	$q$	$\dots$	$t+1$	$t$	$\dots$	$0$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$S_k$	$s_{k,q}$	$\dots$	$s_{k,t+1}$	$s_{k,t}$	$\dots$	$s_{k,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$R_l$	$r_{l,q}$	$\dots$	$r_{l,t+1}$	$r_{l,t}$	$\dots$	$r_{l,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$Z_l$	$z_{l,q}$	$\dots$	$z_{l,t+1}$	$z_{l,t}$	$\dots$	$z_{l,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

$$= s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t$$

$$= r_l = \sum_{t=0}^q r_{l,t} b^t$$

$$= z_l = \sum_{t=0}^q z_{l,t} b^t$$

## Новые значения регистров

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$r_{\ell,t+1} = r_{\ell,t} + \sum^+ s_{k,t} - \sum^- z_{\ell,t} s_{k,t}$$

## Новые значения регистров

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$r_{\ell,t+1} = r_{\ell,t} + \sum^+ s_{k,t} - \sum^- z_{\ell,t} s_{k,t}$$

## Новые значения регистров

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$r_{\ell,t+1} = r_{\ell,t} + \sum^+ s_{k,t} - \sum^- z_{\ell,t} s_{k,t}$$

## Новые значения регистров

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$r_{\ell,t+1} = r_{\ell,t} + \sum^+ s_{k,t} - \sum^- z_{\ell,t} s_{k,t}$$

## Новые значения регистров

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$r_{\ell,t+1} b^{t+1} = r_{\ell,t} b^{t+1} + \sum^+ s_{k,t} b^{t+1} - \sum^- z_{\ell,t} s_{k,t} b^{t+1}$$

## Новые значения регистров

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$\sum_{t=0}^{q-1} r_{\ell,t+1} b^{t+1} = \sum_{t=0}^{q-1} (r_{\ell,t} b^{t+1} + \sum^+ s_{k,t} b^{t+1} - \sum^- z_{\ell,t} s_{k,t} b^{t+1})$$

## Новые значения регистров

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$\sum_{t=0}^{q-1} r_{\ell,t+1} b^{t+1} = \sum_{t=0}^{q-1} (r_{\ell,t} b^{t+1} + \sum^+ s_{k,t} b^{t+1} - \sum^- z_{\ell,t} s_{k,t} b^{t+1})$$

## Новые значения регистров

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$\sum_{t=0}^{q-1} r_{\ell,t+1} b^{t+1} = \sum_{t=0}^{q-1} (r_{\ell,t} b^{t+1} + \sum^+ s_{k,t} b^{t+1} - \sum^- z_{\ell,t} s_{k,t} b^{t+1})$$

$$r_\ell - r_{\ell,0} = b r_\ell + b \sum^+ s_k - b \sum^- (z_\ell \wedge s_k)$$

## Новые значения регистров

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$\sum_{t=0}^{q-1} r_{\ell,t+1} b^{t+1} = \sum_{t=0}^{q-1} (r_{\ell,t} b^{t+1} + \sum^+ s_{k,t} b^{t+1} - \sum^- z_{\ell,t} s_{k,t} b^{t+1})$$

$$r_\ell - r_{\ell,0} = b r_\ell + b \sum^+ s_k - b \sum^- (z_\ell \wedge s_k)$$

$$r_1 - a = b r_1 + b \sum^+ s_k - b \sum^- (z_\ell \wedge s_k)$$

$$r_\ell = b r_\ell + b \sum^+ s_k - b \sum^- (z_\ell \wedge s_k), \quad l = 2, \dots, n$$

## Новые состояния

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$s_{d,t+1} =$$

$$= \sum^+ s_{k,t} + \sum^- z_{\ell,t} s_{k,t} + \sum^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t}$$

## Новые состояния

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$s_{d,t+1} =$$

$$= \sum^+ s_{k,t} + \sum^- z_{\ell,t} s_{k,t} + \sum^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t}$$

## Новые состояния

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$s_{d,t+1} =$$

$$= \sum^+ s_{k,t} + \sum^- z_{\ell,t} s_{k,t} + \sum^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t}$$

## Новые состояния

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$s_{d,t+1} =$$

$$= \sum^+ s_{k,t} + \sum^- z_{\ell,t} s_{k,t} + \sum^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t}$$

## Новые состояния

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$s_{d,t+1} b^{t+1} =$$

$$= \sum^+ s_{k,t} b^{t+1} + \sum^- z_{\ell,t} s_{k,t} b^{t+1} + \sum^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t} b^{t+1}$$

## Новые состояния

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$\begin{aligned} & \sum_{t=0}^{q-1} s_{d,t+1} b^{t+1} = \\ & = \sum_{t=0}^{q-1} \left( \sum^+ s_{k,t} b^{t+1} + \sum^- z_{\ell,t} s_{k,t} b^{t+1} + \sum^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t} b^{t+1} \right) \end{aligned}$$

## Новые состояния

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$\begin{aligned} & \sum_{t=0}^{q-1} s_{d,t+1} b^{t+1} = \\ & = \sum_{t=0}^{q-1} \left( \sum^+ s_{k,t} b^{t+1} + \sum^- z_{\ell,t} s_{k,t} b^{t+1} + \sum^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t} b^{t+1} \right) \end{aligned}$$

## Новые состояния

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$\begin{aligned} & \sum_{t=0}^{q-1} s_{d,t+1} b^{t+1} = \\ & = \sum_{t=0}^{q-1} \left( \sum^+ s_{k,t} b^{t+1} + \sum^- z_{\ell,t} s_{k,t} b^{t+1} + \sum^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t} b^{t+1} \right) \end{aligned}$$

$$s_d - s_{d,0} = b \sum^0 s_k + b \sum^+ (z_\ell \wedge s_k) + b \sum^- ((e - z_\ell) \wedge s_k)$$

## Новые состояния

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$\begin{aligned} & \sum_{t=0}^{q-1} s_{d,t+1} b^{t+1} = \\ & = \sum_{t=0}^{q-1} \left( \sum^+ s_{k,t} b^{t+1} + \sum^- z_{\ell,t} s_{k,t} b^{t+1} + \sum^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t} b^{t+1} \right) \end{aligned}$$

$$s_d - s_{d,0} = b \sum^0 s_k + b \sum^+ (z_\ell \wedge s_k) + b \sum^- ((e - z_\ell) \wedge s_k)$$

$$e = \sum_{t=0}^{q-1} 1 \cdot b^{t+1} = \frac{b^q - 1}{b - 1}$$

## Индикаторы нуля

$$z_{\ell,t} = \begin{cases} 0, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01\dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01\dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} > 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$2^c \wedge (2^c - 1 + r_{\ell,t}) = 2^c z_{\ell,t}$$

$$(2^c \wedge (2^c - 1 + r_{\ell,t})) = 2^c z_{\ell,t}$$

$$2^c f \wedge ((2^c - 1)f + r_\ell) = 2^c z_\ell$$

## Индикаторы нуля

$$z_{\ell,t} = \begin{cases} 0, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01\dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01\dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} > 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$2^c \wedge (2^c - 1 + r_{\ell,t}) = 2^c z_{\ell,t}$$

$$(2^c \wedge (2^c - 1 + r_{\ell,t})) = 2^c z_{\ell,t}$$

$$2^c f \wedge ((2^c - 1)f + r_\ell) = 2^c z_\ell$$

## Индикаторы нуля

$$z_{\ell,t} = \begin{cases} 0, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01\dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01\dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} > 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$2^c \wedge (2^c - 1 + r_{\ell,t}) = 2^c z_{\ell,t}$$

$$(2^c \wedge (2^c - 1 + r_{\ell,t})) = 2^c z_{\ell,t}$$

$$2^c f \wedge ((2^c - 1)f + r_\ell) = 2^c z_\ell$$

## Индикаторы нуля

$$z_{\ell,t} = \begin{cases} 0, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01\dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01\dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} > 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$2^c \wedge (2^c - 1 + r_{\ell,t}) = 2^c z_{\ell,t}$$

$$(2^c \wedge (2^c - 1 + r_{\ell,t})) = 2^c z_{\ell,t}$$

$$2^c f \wedge ((2^c - 1)f + r_\ell) = 2^c z_\ell$$

## Индикаторы нуля

$$z_{\ell,t} = \begin{cases} 0, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01\dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01\dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} > 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$2^c \wedge (2^c - 1 + r_{\ell,t}) = 2^c z_{\ell,t}$$

$$(2^c \wedge (2^c - 1 + r_{\ell,t}))b^t = 2^c z_{\ell,t} b^t$$

$$2^c f \wedge ((2^c - 1)f + r_\ell) = 2^c z_\ell$$

## Индикаторы нуля

$$z_{\ell,t} = \begin{cases} 0, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01\dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01\dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} > 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$2^c \wedge (2^c - 1 + r_{\ell,t}) = 2^c z_{\ell,t}$$

$$\sum_{t=0}^q (2^c \wedge (2^c - 1 + r_{\ell,t})) b^t = \sum_{t=0}^q 2^c z_{\ell,t} b^t$$

$$2^c f \wedge ((2^c - 1)f + r_\ell) = 2^c z_\ell \quad f = \sum_{t=0}^q 1 \cdot b^{t+1} = \frac{b^{q+1} - 1}{b - 1}$$

## Выбор $c$

$$2^c > a$$

$$b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01\dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01\dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} > 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

## Выбор $c$

$$2^c > a$$

$$b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01\dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01\dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} > 0 \\ 1* \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$2^c \wedge r_{\ell,t} = 0$$

## Выбор $c$

$$2^c > a$$

$$b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01\dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01\dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} > 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$2^c \wedge r_{\ell,t} = 0$$

$$(2^c \wedge r_{\ell,t}) = 0$$

## Выбор $c$

$$2^c > a$$

$$b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01\dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01\dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} > 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$2^c \wedge r_{\ell,t} = 0$$

$$(2^c \wedge r_{\ell,t}) = 0$$

## Выбор $c$

$$2^c > a$$

$$b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01\dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01\dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} > 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$2^c \wedge r_{\ell,t} = 0$$

$$(2^c \wedge r_{\ell,t})b^t = 0$$

## Выбор $c$

$$2^c > a$$

$$b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01\dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01\dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} > 0 \\ 1* \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$2^c \wedge r_{\ell,t} = 0$$

$$\sum_{t=0}^q (2^c \wedge r_{\ell,t}) b^t = 0$$

$$2^c f \wedge r_{\ell} = 0 \quad f = \sum_{t=0}^q 1 \cdot b^{t+1} = \frac{b^{q+1} - 1}{b - 1}$$

## Остановка

$S_m$  является единственной командой STOP

Машина останавливается на  $q$ -ом шаге если и только если

$$s_m = 2^q$$

# Протокол

	$q$	$\dots$	$t+1$	$t$	$\dots$	$0$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$S_k$	$s_{k,q}$	$\dots$	$s_{k,t+1}$	$s_{k,t}$	$\dots$	$s_{k,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$R_\ell$	$r_{\ell,q}$	$\dots$	$r_{\ell,t+1}$	$r_{\ell,t}$	$\dots$	$r_{\ell,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$Z_\ell$	$z_{\ell,q}$	$\dots$	$z_{\ell,t+1}$	$z_{\ell,t}$	$\dots$	$z_{\ell,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

$$= s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t$$

$$= r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t$$

$$= z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

## Выбор $c$

$$b = 2^{c+1} \quad 2^c > a$$
$$r_{l,t} \leq 2^c - 1 = 01\dots 1$$

## Выбор $c$

$$b = 2^{c+1} \quad 2^c > a$$
$$r_{l,t} \leq 2^c - 1 = 01\dots 1$$

## Выбор $c$

$$b = 2^{c+1} \quad 2^c > a$$
$$r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01\dots 1$$

$$2^c f \wedge r_\ell = 0$$

## Выбор $c$

$$b = 2^{c+1} \quad 2^c > a$$
$$r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01\dots 1$$

$$2^c f \wedge r_\ell = 0$$

## Выбор $c$

$$b = 2^{c+1} \quad 2^c > a$$
$$r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01\dots 1$$

$$2^c f \wedge r_\ell = 0$$

## Выбор $c$

$$2^c > a$$

$$b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01\dots 1$$

$$2^c f \wedge r_\ell = 0 \quad f = \sum_{t=0}^q 1 \cdot b^{t+1} = \frac{b^{q+1} - 1}{b - 1}$$

## Индикаторы нуля

$$z_{\ell,t} = \begin{cases} 0, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01\dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01\dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} > 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$2^c f \wedge ((2^c - 1)f + r_\ell) = 2^c z_\ell \quad f = \sum_{t=0}^q 1 \cdot b^{t+1} = \frac{b^{q+1} - 1}{b - 1}$$

## Новые состояния

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$s_d - s_{d,0} = b \sum^0 s_k + b \sum^+ (z_\ell \wedge s_k) + b \sum^- ((e - z_\ell) \wedge s_k)$$

$$e = \sum_{t=0}^{q-1} 1 \cdot b^{t+1} = \frac{b^q - 1}{b - 1}$$

## Новые значения регистров

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$r_\ell - r_{\ell,0} = br_\ell + b\sum^+ s_k - b\sum^-(z_\ell \wedge s_k)$$

$$r_1 - a = br_1 + b\sum^+ s_k - b\sum^-(z_\ell \wedge s_k)$$

$$r_\ell = br_\ell + b\sum^+ s_k - b\sum^-(z_\ell \wedge s_k), \quad l = 2, \dots, n$$

## Остановка

$S_m$  является единственной командой STOP

Машина останавливается на  $q$ -ом шаге если и только если

$$s_m = 2^q$$