

Что можно делать с вещественными числами и нельзя делать с целыми числами

Ю. В. МАТИЯСЕВИЧ

Санкт-Петербургское отделение
Математического института им. В. А. Стеклова РАН

<http://logic.pdmi.ras.ru/~yumat>

Что можно делать с вещественными числами и нельзя делать с целыми числами

Ю. В. МАТИЯСЕВИЧ

Санкт-Петербургское отделение
Математического института им. В. А. Стеклова РАН

<http://logic.pdmi.ras.ru/~yumat>

Что можно делать с вещественными числами и нельзя делать с целыми числами

Часть 2. Десятая проблема Гильберта

Вторая лекция

Ю. В. МАТИЯСЕВИЧ

Санкт-Петербургское отделение
Математического института им. В. А. Стеклова РАН

<http://logic.pdmi.ras.ru/~yumat>

Диофантовы уравнения

Определение. *Диофантово уравнение* имеет вид

$$M(x_1, \dots, x_m) = 0,$$

где M – многочлен с целыми коэффициентами.

Диофантовы уравнения

Определение. *Диофантово уравнение* имеет вид

$$M(x_1, \dots, x_m) = 0,$$

где M – многочлен с целыми коэффициентами.

Диофант искал решения в (положительных) рациональных числах

Диофантовы уравнения

Определение. *Диофантово уравнение* имеет вид

$$M(x_1, \dots, x_m) = 0,$$

где M – многочлен с целыми коэффициентами.

Диофант искал решения в (положительных) рациональных числах

Гильберт спрашивал про решение диофантовых уравнений в целых числах

Диофантовы уравнения

Определение. *Диофантово уравнение* имеет вид

$$M(x_1, \dots, x_m) = 0,$$

где M – многочлен с целыми коэффициентами.

Диофант искал решения в (положительных) рациональных числах

Гильберт спрашивал про решение диофантовых уравнений в целых числах

Мы будем заниматься решением уравнений в **натуральных числах** $0, 1, 2, \dots$

Диофантовы уравнения

Определение. *Диофантово уравнение* имеет вид

$$M(x_1, \dots, x_m) = 0,$$

где M – многочлен с целыми коэффициентами.

Диофант искал решения в (положительных) рациональных числах

Гильберт спрашивал про решение диофантовых уравнений в целых числах

Мы будем заниматься решением уравнений в **натуральных числах** $0, 1, 2, \dots$

Уравнения с параметрами

Семейство диофантовых уравнений имеет вид

$$M(a_1, \dots, a_n, x_1, \dots, x_m) = 0,$$

где M – многочлен с целыми коэффициентами, переменные которого разделены на две группы:

Уравнения с параметрами

Семейство диофантовых уравнений имеет вид

$$M(a_1, \dots, a_n, x_1, \dots, x_m) = 0,$$

где M – многочлен с целыми коэффициентами, переменные которого разделены на две группы:

- ▶ параметры $a_1, \dots, a_n$;

Уравнения с параметрами

Семейство диофантовых уравнений имеет вид

$$M(a_1, \dots, a_n, x_1, \dots, x_m) = 0,$$

где M – многочлен с целыми коэффициентами, переменные которого разделены на две группы:

- ▶ **параметры** $a_1, \dots, a_n$;
- ▶ **неизвестные** $x_1, \dots, x_m$.

Уравнения с параметрами

Семейство диофантовых уравнений имеет вид

$$M(a_1, \dots, a_n, x_1, \dots, x_m) = 0,$$

где M – многочлен с целыми коэффициентами, переменные которого разделены на две группы:

- ▶ **параметры** $a_1, \dots, a_n$;
- ▶ **неизвестные** $x_1, \dots, x_m$.

Рассмотрим множество $\mathcal{M}$ такое, что

$$\langle a_1, \dots, a_n \rangle \in \mathcal{M} \iff \exists x_1 \dots x_m \{ M(a_1, \dots, a_n, x_1, \dots, x_m) = 0 \}.$$

Уравнения с параметрами

Семейство диофантовых уравнений имеет вид

$$M(a_1, \dots, a_n, x_1, \dots, x_m) = 0,$$

где M – многочлен с целыми коэффициентами, переменные которого разделены на две группы:

- ▶ **параметры** $a_1, \dots, a_n$;
- ▶ **неизвестные** $x_1, \dots, x_m$.

Рассмотрим множество $\mathcal{M}$ такое, что

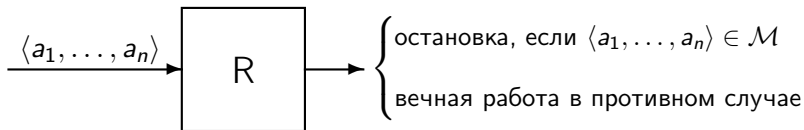
$$\langle a_1, \dots, a_n \rangle \in \mathcal{M} \iff \exists x_1 \dots x_m \{ M(a_1, \dots, a_n, x_1, \dots, x_m) = 0 \}.$$

Множества, имеющие такие *представления* называются **диофантовыми**.

Перечислимые множества

Перечислимые множества

Определение. Множество $\mathcal{M}$, состоящее из n -ок натуральных чисел называется **перечислимым**, если можно написать программу R , такую что



Гипотеза Martin'a Davis'a

Гипотеза Martin'a Davis'a

Тривиальный факт. *Каждое диофантово множество является перечислимым.*

Гипотеза Martin'a Davis'a

Тривиальный факт. *Каждое диофантово множество является перечислимым.*

Гипотеза М. Davis'a (начало 50-х). *Каждое перечислимое множество является диофантовым.*

Гипотеза Martin'a Davis'a

Тривиальный факт. *Каждое диофантово множество является перечислимым.*

Гипотеза М. Davis'a (начало 50-х). *Каждое перечислимое множество является диофантовым.*

Гипотеза М. Davis'a была доказана в 1970 году.

DPRM-теорема. *Понятия перечислимое множество и диофантово множество совпадают.*

Гипотеза Martin'a Davis'a

Тривиальный факт. *Каждое диофантово множество является перечислимым.*

Гипотеза М. Davis'a (начало 50-х). *Каждое перечислимое множество является диофантовым.*

Гипотеза М. Davis'a была доказана в 1970 году.

DPRM-теорема. *Понятия перечислимое множество и диофантово множество совпадают.*

DPRM-теорема

DPRM-теорема. Понятия *перечислимое множество* и *диофантово множество* совпадают.

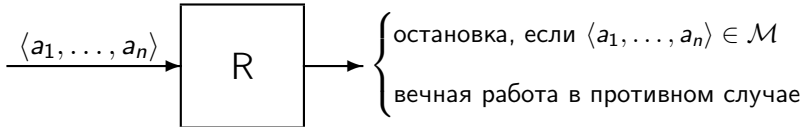
DPRM-теорема

DPRM-теорема. Понятия *перечислимое множество* и *диофантово множество* совпадают.

DPRM-теорема

DPRM-теорема. Понятия *перечислимое множество* и *диофантово множество* совпадают.

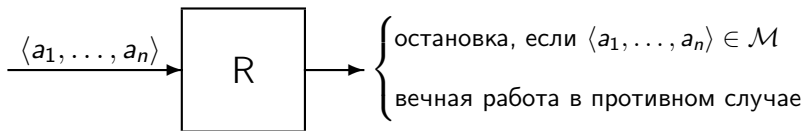
Определение. Множество $\mathcal{M}$, состоящее из n -ок натуральных чисел называется **перечислимым**, если можно написать программу R , такую что



DPRM-теорема

DPRM-теорема. Понятия *перечислимое множество* и *диофантово множество* совпадают.

Определение. Множество $\mathcal{M}$, состоящее из n -ок натуральных чисел называется **перечислимым**, если можно написать программу R , такую что



$$\langle a_1, \dots, a_n \rangle \in \mathcal{M} \iff \exists x_1 \dots x_m \{ M(a_1, \dots, a_n, x_1, \dots, x_m) = 0 \}$$

An e-mail

An e-mail

Dear Professor,

you are wrong. I am a brilliant young programmer and last night I wrote a sophisticated program in `Java##`. My program solves Hilbert's tenth problem in the `__positive__` sense. Namely, for every Diophantine equation given as input, the program will print 1 or 0 depending on whether the equation has a solution or not.

The attachment contains my ingenious program. You can run it on your favorite Diophantine equations and see how fast my program works.

Have a fun, Professor!

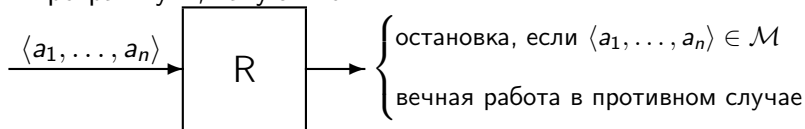
Первый шаг

Теорема (Martin Davis [1950]) Каждое перечислимое множество $\mathcal{M}$ имеет "почти диофантово" представление

$$\langle a_1, \dots, a_n \rangle \in \mathcal{M} \iff \exists z \forall y_{\leq z} \exists x_1 \dots x_m \{P(a_1, \dots, a_n, x_1, \dots, x_m, y, z) = 0\}.$$

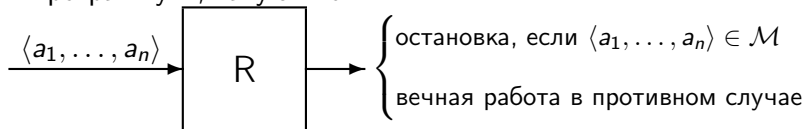
DPR-теорема

Определение. Множество $\mathcal{M}$, состоящее из n -ок натуральных чисел называется **перечислимым**, если можно написать программу R , такую что



DPR-теорема

Определение. Множество $\mathcal{M}$, состоящее из n -ок натуральных чисел называется **перечислимым**, если можно написать программу R , такую что



Теорема (Martin Davis, Hilary Putnam, Julia Robinson [1961]). Для каждого перечислимого множества можно построить его **экспоненциально диофантово представление**:

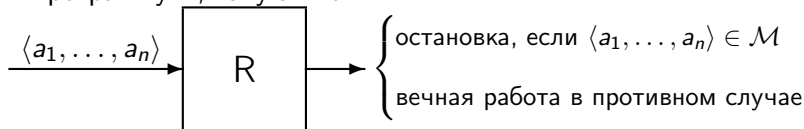
$$\langle a_1, \dots, a_n \rangle \in \mathcal{M} \iff$$

$$\exists x_1 \dots x_m \{ E_L(a_1, \dots, a_n, x_1, \dots, x_m) = E_R(a_1, \dots, a_n, x_1, \dots, x_m) \}$$

где E_L и E_R – выражения, построенные по традиционным правилам из переменных и конкретных натуральных чисел с помощью операций сложения, умножения и **возведения в степень**.

DPR-теорема

Определение. Множество $\mathcal{M}$, состоящее из n -ок натуральных чисел называется **перечислимым**, если можно написать программу R , такую что



Теорема (Martin Davis, Hilary Putnam, Julia Robinson [1961]). Для каждого перечислимого множества можно построить его **экспоненциально диофантово представление**:

$$\langle a_1, \dots, a_n \rangle \in \mathcal{M} \iff$$

$$\exists x_1 \dots x_m \{ E_L(a_1, \dots, a_n, x_1, \dots, x_m) = E_R(a_1, \dots, a_n, x_1, \dots, x_m) \}$$

где E_L и E_R – выражения, построенные по традиционным правилам из переменных и конкретных натуральных чисел с помощью операций сложения, умножения и **возведения в степень**.

Регистровые машины

Регистровые машины

Регистровая машина имеет конечное количество **регистров** $R_1, \dots, R_n$ каждый из которых может содержать произвольно большое натуральное число.

Регистровые машины

Регистровая машина имеет конечное количество **регистров** $R_1, \dots, R_n$ каждый из которых может содержать произвольно большое натуральное число. Машина выполняет **программу** состоящую из конечного числа **инструкций** снабженных **метками** $S_1, \dots, S_m$. Когда машина выполняет инструкцию с меткой S_k , мы говорим, что машина находится в **состоянии** S_k .

Регистровые машины

Регистровая машина имеет конечное количество **регистров** $R_1, \dots, R_n$ каждый из которых может содержать произвольно большое натуральное число. Машина выполняет **программу** состоящую из конечного числа **инструкций** снабженных **метками** $S_1, \dots, S_m$. Когда машина выполняет инструкцию с меткой S_k , мы говорим, что машина находится в **состоянии** S_k .

Инструкции бывают трёх типов:

Регистровые машины

Регистровая машина имеет конечное количество **регистров** $R_1, \dots, R_n$ каждый из которых может содержать произвольно большое натуральное число. Машина выполняет **программу** состоящую из конечного числа **инструкций** снабженных **метками** $S_1, \dots, S_m$. Когда машина выполняет инструкцию с меткой S_k , мы говорим, что машина находится в **состоянии** S_k .

Инструкции бывают трёх типов:

I. $S_k: R_\ell + +; S_i$

Регистровые машины

Регистровая машина имеет конечное количество **регистров** $R_1, \dots, R_n$ каждый из которых может содержать произвольно большое натуральное число. Машина выполняет **программу** состоящую из конечного числа **инструкций** снабженных **метками** $S_1, \dots, S_m$. Когда машина выполняет инструкцию с меткой S_k , мы говорим, что машина находится в **состоянии** S_k .

Инструкции бывают трёх типов:

- I. $S_k: R_\ell + +; S_i$
- II. $S_k: R_\ell - -; S_i; S_j$

Регистровые машины

Регистровая машина имеет конечное количество **регистров** $R_1, \dots, R_n$ каждый из которых может содержать произвольно большое натуральное число. Машина выполняет **программу** состоящую из конечного числа **инструкций** снабженных **метками** $S_1, \dots, S_m$. Когда машина выполняет инструкцию с меткой S_k , мы говорим, что машина находится в **состоянии** S_k .

Инструкции бывают трёх типов:

- I. $S_k: R_\ell + +; S_i$
- II. $S_k: R_\ell - -; S_i; S_j$
- III. $S_k: \text{STOP}$

Регистровые машины

Регистровая машина имеет конечное количество **регистров** $R_1, \dots, R_n$ каждый из которых может содержать произвольно большое натуральное число. Машина выполняет **программу** состоящую из конечного числа **инструкций** снабженных **метками** $S_1, \dots, S_m$. Когда машина выполняет инструкцию с меткой S_k , мы говорим, что машина находится в **состоянии** S_k .

Инструкции бывают трёх типов:

- I. $S_k: R_\ell + +; S_i$
- II. $S_k: R_\ell - -; S_i; S_j$
- III. $S_k: \text{STOP}$

Lambek [1961], Melzak [1961], Minsky [1961], Minsky [1967],
Shepherdson и Sturgis [1963]

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

Начальное состояние S1

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

Начальное состояние S1

Начальное содержимое регистров R1=a, R2=0

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

Начальное состояние S1

Начальное содержимое регистров R1=a, R2=0

В каком случае машина остановится?

Протокол

Протокол

	q	$\dots$	$t + 1$	t	$\dots$	0
S_1	$s_{1,q}$	$\dots$	$s_{1,t+1}$	$s_{1,t}$	$\dots$	$s_{1,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
S_k	$s_{k,q}$	$\dots$	$s_{k,t+1}$	$s_{k,t}$	$\dots$	$s_{k,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
S_m	$s_{m,q}$	$\dots$	$s_{m,t+1}$	$s_{m,t}$	$\dots$	$s_{m,0}$

$$s_{k,t} = \begin{cases} 1, & \text{если на шаге } t \text{ машина была в состоянии } k \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Протокол

	q	$\dots$	$t + 1$	t	$\dots$	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
S_k	$s_{k,q}$	$\dots$	$s_{k,t+1}$	$s_{k,t}$	$\dots$	$s_{k,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
R1	$r_{1,q}$	$\dots$	$r_{1,t+1}$	$r_{1,t}$	$\dots$	$r_{1,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
R ℓ	$r_{\ell,q}$	$\dots$	$r_{\ell,t+1}$	$r_{\ell,t}$	$\dots$	$r_{\ell,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
R n	$r_{n,q}$	$\dots$	$r_{n,t+1}$	$r_{n,t}$	$\dots$	$r_{n,0}$

$r_{\ell,t}$ – это содержимое ℓ -го регистра на шаге t

Протокол

	q	$\dots$	$t + 1$	t	$\dots$	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Sk	$s_{k,q}$	$\dots$	$s_{k,t+1}$	$s_{k,t}$	$\dots$	$s_{k,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$R\ell$	$r_{\ell,q}$	$\dots$	$r_{\ell,t+1}$	$r_{\ell,t}$	$\dots$	$r_{\ell,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Z_1	$z_{1,q}$	$\dots$	$z_{1,t+1}$	$z_{1,t}$	$\dots$	$z_{1,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Z_ℓ	$z_{\ell,q}$	$\dots$	$z_{\ell,t+1}$	$z_{\ell,t}$	$\dots$	$z_{\ell,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Z_n	$z_{n,q}$	$\dots$	$z_{n,t+1}$	$z_{n,t}$	$\dots$	$z_{n,0}$

$$z_{\ell,t} = \begin{cases} 1, & \text{если } r_{\ell,t} > 0 \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} =$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} =$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} =$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} =$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} =$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} =$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t} \quad s_{5,t+1} =$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t} \quad s_{5,t+1} = z_{1,t}s_{4,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t} \quad s_{5,t+1} = z_{1,t}s_{4,t}$$

$$s_{6,t+1} =$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t} \quad s_{5,t+1} = z_{1,t}s_{4,t}$$

$$s_{6,t+1} = (1 - z_{4,t})s_{4,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t} \quad s_{5,t+1} = z_{1,t}s_{4,t}$$

$$s_{6,t+1} = (1 - z_{4,t})s_{4,t} + s_{7,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t} \quad s_{5,t+1} = z_{1,t}s_{4,t}$$

$$s_{6,t+1} = (1 - z_{4,t})s_{4,t} + s_{7,t} \quad s_{7,t+1} =$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t} \quad s_{5,t+1} = z_{1,t}s_{4,t}$$

$$s_{6,t+1} = (1 - z_{4,t})s_{4,t} + s_{7,t} \quad s_{7,t+1} = z_{2,t}s_{6,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t} \quad s_{5,t+1} = z_{1,t}s_{4,t}$$

$$s_{6,t+1} = (1 - z_{4,t})s_{4,t} + s_{7,t} \quad s_{7,t+1} = z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{8,t+1} =$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t} \quad s_{5,t+1} = z_{1,t}s_{4,t}$$

$$s_{6,t+1} = (1 - z_{4,t})s_{4,t} + s_{7,t} \quad s_{7,t+1} = z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{8,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{1,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t} \quad s_{5,t+1} = z_{1,t}s_{4,t}$$

$$s_{6,t+1} = (1 - z_{4,t})s_{4,t} + s_{7,t} \quad s_{7,t+1} = z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{8,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{1,t} + s_{8,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t} \quad s_{5,t+1} = z_{1,t}s_{4,t}$$

$$s_{6,t+1} = (1 - z_{4,t})s_{4,t} + s_{7,t} \quad s_{7,t+1} = z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{8,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{1,t} + s_{8,t} \quad s_{9,t+1} =$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t} \quad s_{5,t+1} = z_{1,t}s_{4,t}$$

$$s_{6,t+1} = (1 - z_{4,t})s_{4,t} + s_{7,t} \quad s_{7,t+1} = z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{8,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{1,t} + s_{8,t} \quad s_{9,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{2,t}$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t} \quad s_{5,t+1} = z_{1,t}s_{4,t}$$

$$s_{6,t+1} = (1 - z_{4,t})s_{4,t} + s_{7,t} \quad s_{7,t+1} = z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{8,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{1,t} + s_{8,t} \quad s_{9,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{2,t}$$

$$s_{1,0} =$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t} \quad s_{5,t+1} = z_{1,t}s_{4,t}$$

$$s_{6,t+1} = (1 - z_{4,t})s_{4,t} + s_{7,t} \quad s_{7,t+1} = z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{8,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{1,t} + s_{8,t} \quad s_{9,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{2,t}$$

$$s_{1,0} = 1$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t} \quad s_{5,t+1} = z_{1,t}s_{4,t}$$

$$s_{6,t+1} = (1 - z_{4,t})s_{4,t} + s_{7,t} \quad s_{7,t+1} = z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{8,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{1,t} + s_{8,t} \quad s_{9,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{2,t}$$

$$s_{1,0} = 1 \quad s_{2,0} = \dots = s_{9,0} = 0$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t} \quad s_{5,t+1} = z_{1,t}s_{4,t}$$

$$s_{6,t+1} = (1 - z_{4,t})s_{4,t} + s_{7,t} \quad s_{7,t+1} = z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{8,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{1,t} + s_{8,t} \quad s_{9,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{2,t}$$

$$s_{1,0} = 1 \quad s_{2,0} = \dots = s_{9,0} = 0$$

$$r_{1,0} =$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t} \quad s_{5,t+1} = z_{1,t}s_{4,t}$$

$$s_{6,t+1} = (1 - z_{4,t})s_{4,t} + s_{7,t} \quad s_{7,t+1} = z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{8,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{1,t} + s_{8,t} \quad s_{9,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{2,t}$$

$$s_{1,0} = 1 \quad s_{2,0} = \dots = s_{9,0} = 0$$

$$r_{1,0} = a$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t} \quad s_{5,t+1} = z_{1,t}s_{4,t}$$

$$s_{6,t+1} = (1 - z_{4,t})s_{4,t} + s_{7,t} \quad s_{7,t+1} = z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{8,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{1,t} + s_{8,t} \quad s_{9,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{2,t}$$

$$s_{1,0} = 1 \quad s_{2,0} = \dots = s_{9,0} = 0$$

$$r_{1,0} = a \quad r_{2,0} = 0$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t} \quad s_{5,t+1} = z_{1,t}s_{4,t}$$

$$s_{6,t+1} = (1 - z_{4,t})s_{4,t} + s_{7,t} \quad s_{7,t+1} = z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{8,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{1,t} + s_{8,t} \quad s_{9,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{2,t}$$

$$s_{1,0} = 1 \quad s_{2,0} = \dots = s_{9,0} = 0$$

$$r_{1,0} = a \quad r_{2,0} = 0$$

$$s_{9,q} = 1$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t} \quad s_{5,t+1} = z_{1,t}s_{4,t}$$

$$s_{6,t+1} = (1 - z_{4,t})s_{4,t} + s_{7,t} \quad s_{7,t+1} = z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{8,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{1,t} + s_{8,t} \quad s_{9,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{2,t}$$

$$s_{1,0} = 1 \quad s_{2,0} = \dots = s_{9,0} = 0$$

$$r_{1,0} = a \quad r_{2,0} = 0$$

$$s_{9,q} = 1 \quad s_{1,q} = \dots = s_{8,q} = 0$$

Пример

S1:R1--; S2; S8	S4:R1--; S5; S6	S7:R1++; S6
S2:R1--; S3; S9	S5:R1--; S3; S8	S8:R1++; S8
S3:R2++; S4	S6:R2--; S7; S1	S9:STOP

$$r_{1,t+1} = r_{1,t} + s_{7,t} + s_{8,t} - z_{1,t}s_{1,t} - z_{1,t}s_{2,t} - z_{1,t}s_{4,t} - z_{1,t}s_{5,t}$$

$$r_{2,t+1} = r_{2,t} + s_{3,t} - z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{1,t+1} = (1 - z_{2,t})s_{6,t} \quad s_{2,t+1} = z_{1,t}s_{1,t}$$

$$s_{3,t+1} = z_{1,t}s_{2,t} + z_{1,t}s_{5,t} \quad s_{4,t+1} = s_{3,t} \quad s_{5,t+1} = z_{1,t}s_{4,t}$$

$$s_{6,t+1} = (1 - z_{4,t})s_{4,t} + s_{7,t} \quad s_{7,t+1} = z_{2,t}s_{6,t}$$

$$s_{8,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{1,t} + s_{8,t} \quad s_{9,t+1} = (1 - z_{1,t})s_{2,t}$$

$$s_{1,0} = 1 \quad s_{2,0} = \dots = s_{9,0} = 0$$

$$r_{1,0} = a \quad r_{2,0} = 0$$

$$s_{9,q} = 1 \quad s_{1,q} = \dots = s_{8,q} = 0$$

Новые значения регистров

$$r_{\ell,t+1} = r_{\ell,t} + \sum_{\ell}^{+} s_{k,t} - \sum_{\ell}^{-} z_{\ell,t} s_{k,t}$$

Новые значения регистров

$$r_{\ell,t+1} = r_{\ell,t} + \sum_{\ell}^{+} s_{k,t} - \sum_{\ell}^{-} z_{\ell,t} s_{k,t}$$

где $\sum_{\ell}^{+}$ -суммирование ведется по всем инструкциям вида

$$Sk : R\ell ++; Si,$$

Новые значения регистров

$$r_{\ell,t+1} = r_{\ell,t} + \sum_{\ell}^{+} s_{k,t} - \sum_{\ell}^{-} z_{\ell,t} s_{k,t}$$

где $\sum_{\ell}^{+}$ -суммирование ведется по всем инструкциям вида

$$Sk : R\ell ++; Si,$$

а $\sum_{\ell}^{-}$ -суммирование – по всем инструкциям вида

$$Sk : R\ell --; Si; Sj.$$

Новые состояния

$$s_{d,t+1} = \sum_d^+ s_{k,t} + \sum_d^- z_{\ell,t} s_{k,t} + \sum_d^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t}$$

Новые состояния

$$s_{d,t+1} = \sum_d^+ s_{k,t} + \sum_d^- z_{\ell,t} s_{k,t} + \sum_d^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t}$$

где $\sum_d^+$ -суммирование ведется по всем инструкциям вида

$$Sk : R\ell ++; Sd,$$

Новые состояния

$$s_{d,t+1} = \sum_d^+ s_{k,t} + \sum_d^- z_{\ell,t} s_{k,t} + \sum_d^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t}$$

где $\sum_d^+$ -суммирование ведется по всем инструкциям вида

$$Sk : R\ell ++; Sd,$$

$\sum_d^-$ -суммирование ведется по всем инструкциям вида

$$Sk : R\ell --; Sd; Sj,$$

Новые состояния

$$s_{d,t+1} = \sum_d^+ s_{k,t} + \sum_d^- z_{\ell,t} s_{k,t} + \sum_d^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t}$$

где $\sum_d^+$ -суммирование ведется по всем инструкциям вида

$$Sk : R\ell ++; Sd,$$

$\sum_d^-$ -суммирование ведется по всем инструкциям вида

$$Sk : R\ell --; Sd; Sj,$$

а $\sum_d^0$ -суммирование – по всем инструкциям вида

$$Sk : R\ell --; Si; Sd.$$

Начальные значения

Начальные значения

Всегда начинаем в состоянии S1:

$$s_{1,0} = 1,$$

$$s_{2,0} = \dots = s_{m,0} = 0.$$

Начальные значения

Всегда начинаем в состоянии S1:

$$s_{1,0} = 1,$$

$$s_{2,0} = \dots = s_{m,0} = 0.$$

(Единственная) входная величина a помещается в регистр R1:

$$r_{1,0} = a,$$

Начальные значения

Всегда начинаем в состоянии S1:

$$s_{1,0} = 1,$$

$$s_{2,0} = \dots = s_{m,0} = 0.$$

(Единственная) входная величина a помещается в регистр R1:

$$r_{1,0} = a,$$

все остальные регистры пусты:

$$r_{2,0} = \dots = r_{n,0} = 0.$$

Остановка

S_m является единственной командой STOP:

$$s_{m,q} = 1,$$

$$s_{1,q} = \dots = s_{m-1,q} = 0.$$

При остановке все регистры пусты:

$$r_{1,q} = \dots = r_{n,q} = 0.$$

Протокол

	q	$\dots$	$t+1$	t	$\dots$	0
Sk	$s_{k,q}$	$\dots$	$s_{k,t+1}$	$s_{k,t}$	$\dots$	$s_{k,0}$
Rl	$r_{l,q}$	$\dots$	$r_{l,t+1}$	$r_{l,t}$	$\dots$	$r_{l,0}$
Z_l	$z_{l,q}$	$\dots$	$z_{l,t+1}$	$z_{l,t}$	$\dots$	$z_{l,0}$

Протокол

	q	$\dots$	$t+1$	t	$\dots$	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
S_k	$s_{k,q}$	$\dots$	$s_{k,t+1}$	$s_{k,t}$	$\dots$	$s_{k,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
R_ℓ	$r_{\ell,q}$	$\dots$	$r_{\ell,t+1}$	$r_{\ell,t}$	$\dots$	$r_{\ell,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Z_ℓ	$z_{\ell,q}$	$\dots$	$z_{\ell,t+1}$	$z_{\ell,t}$	$\dots$	$z_{\ell,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t$$

Протокол

	q	$\dots$	$t + 1$	t	$\dots$	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
S_k	$s_{k,q}$	$\dots$	$s_{k,t+1}$	$s_{k,t}$	$\dots$	$s_{k,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
R_ℓ	$r_{\ell,q}$	$\dots$	$r_{\ell,t+1}$	$r_{\ell,t}$	$\dots$	$r_{\ell,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Z_ℓ	$z_{\ell,q}$	$\dots$	$z_{\ell,t+1}$	$z_{\ell,t}$	$\dots$	$z_{\ell,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

$$= s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t$$

Протокол

	q	$\dots$	$t + 1$	t	$\dots$	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
S_k	$s_{k,q}$	$\dots$	$s_{k,t+1}$	$s_{k,t}$	$\dots$	$s_{k,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
R_ℓ	$r_{\ell,q}$	$\dots$	$r_{\ell,t+1}$	$r_{\ell,t}$	$\dots$	$r_{\ell,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Z_ℓ	$z_{\ell,q}$	$\dots$	$z_{\ell,t+1}$	$z_{\ell,t}$	$\dots$	$z_{\ell,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

$$= s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t$$

$$= r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t$$

Протокол

	q	$\dots$	$t + 1$	t	$\dots$	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
S_k	$s_{k,q}$	$\dots$	$s_{k,t+1}$	$s_{k,t}$	$\dots$	$s_{k,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
R_ℓ	$r_{\ell,q}$	$\dots$	$r_{\ell,t+1}$	$r_{\ell,t}$	$\dots$	$r_{\ell,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Z_ℓ	$z_{\ell,q}$	$\dots$	$z_{\ell,t+1}$	$z_{\ell,t}$	$\dots$	$z_{\ell,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

$$= s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t$$

$$= r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t$$

$$= z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

Протокол

	q	$\dots$	$t + 1$	t	$\dots$	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
S_k	$s_{k,q}$	$\dots$	$s_{k,t+1}$	$s_{k,t}$	$\dots$	$s_{k,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
R_ℓ	$r_{\ell,q}$	$\dots$	$r_{\ell,t+1}$	$r_{\ell,t}$	$\dots$	$r_{\ell,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Z_ℓ	$z_{\ell,q}$	$\dots$	$z_{\ell,t+1}$	$z_{\ell,t}$	$\dots$	$z_{\ell,0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

$$b = 2^{c+1}$$

$$= s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t$$

$$= r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t$$

$$= z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

Поразрядное умножение

$$a = \sum_{k=0}^{\infty} a_k 2^k \qquad b = \sum_{k=0}^{\infty} b_k 2^k$$

Поразрядное умножение

$$a = \sum_{k=0}^{\infty} a_k 2^k \quad b = \sum_{k=0}^{\infty} b_k 2^k$$

$$a \& b = \sum_{k=0}^{\infty} a_k b_k 2^k$$

Новые значения регистров

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$r_{\ell,t+1} = r_{\ell,t} + \sum_{\ell}^+ s_{k,t} - \sum_{\ell}^- z_{\ell,t} s_{k,t}$$

Новые значения регистров

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$r_{\ell,t+1} = r_{\ell,t} + \sum_{\ell}^+ s_{k,t} - \sum_{\ell}^- z_{\ell,t} s_{k,t}$$

Новые значения регистров

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$r_{\ell,t+1} = r_{\ell,t} + \sum_{\ell}^+ s_{k,t} - \sum_{\ell}^- z_{\ell,t} s_{k,t}$$

Новые значения регистров

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$r_{\ell,t+1} = r_{\ell,t} + \sum_{\ell}^+ s_{k,t} - \sum_{\ell}^- z_{\ell,t} s_{k,t}$$

Новые значения регистров

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$r_{\ell,t+1} b^{t+1} = r_{\ell,t} b^{t+1} + \sum_{\ell}^+ s_{k,t} b^{t+1} - \sum_{\ell}^- z_{\ell,t} s_{k,t} b^{t+1}$$

Новые значения регистров

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$\sum_{t=0}^{q-1} r_{\ell,t+1} b^{t+1} = \sum_{t=0}^{q-1} (r_{\ell,t} b^{t+1} + \sum_{\ell}^+ s_{k,t} b^{t+1} - \sum_{\ell}^- z_{\ell,t} s_{k,t} b^{t+1})$$

Новые значения регистров

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$\sum_{t=0}^{q-1} r_{\ell,t+1} b^{t+1} = \sum_{t=0}^{q-1} (r_{\ell,t} b^{t+1} + \sum_{\ell}^+ s_{k,t} b^{t+1} - \sum_{\ell}^- z_{\ell,t} s_{k,t} b^{t+1})$$

Новые значения регистров

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$\sum_{t=0}^{q-1} r_{\ell,t+1} b^{t+1} = \sum_{t=0}^{q-1} (r_{\ell,t} b^{t+1} + \sum_{\ell}^+ s_{k,t} b^{t+1} - \sum_{\ell}^- z_{\ell,t} s_{k,t} b^{t+1})$$

$$r_\ell - r_{\ell,0} = b r_\ell + b \sum_{\ell}^+ s_k - b \sum_{\ell}^- (z_\ell \& s_k)$$

Новые значения регистров

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad r_\ell = \sum_{t=0}^q r_{\ell,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$\sum_{t=0}^{q-1} r_{\ell,t+1} b^{t+1} = \sum_{t=0}^{q-1} (r_{\ell,t} b^{t+1} + \sum_{\ell}^+ s_{k,t} b^{t+1} - \sum_{\ell}^- z_{\ell,t} s_{k,t} b^{t+1})$$

$$r_\ell - r_{\ell,0} = b r_\ell + b \sum_{\ell}^+ s_k - b \sum_{\ell}^- (z_\ell \& s_k)$$

$$r_1 - a = b r_1 + b \sum_{\ell}^+ s_k - b \sum_{\ell}^- (z_\ell \& s_k)$$

$$r_\ell = b r_\ell + b \sum_{\ell}^+ s_k - b \sum_{\ell}^- (z_\ell \& s_k), \quad \ell = 2, \dots, n$$

Новые состояния

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$s_{d,t+1} =$$

$$= \sum_d^+ s_{k,t} + \sum_d^- z_{\ell,t} s_{k,t} + \sum_d^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t}$$

Новые состояния

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$s_{d,t+1} =$$

$$= \sum_d^+ s_{k,t} + \sum_d^- z_{\ell,t} s_{k,t} + \sum_d^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t}$$

Новые состояния

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$s_{d,t+1} =$$

$$= \sum_d^+ s_{k,t} + \sum_d^- z_{\ell,t} s_{k,t} + \sum_d^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t}$$

Новые состояния

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$s_{d,t+1} =$$

$$= \sum_d^+ s_{k,t} + \sum_d^- z_{\ell,t} s_{k,t} + \sum_d^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t}$$

Новые состояния

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$s_{d,t+1} b^{t+1} =$$

$$= \sum_d^+ s_{k,t} b^{t+1} + \sum_d^- z_{\ell,t} s_{k,t} b^{t+1} + \sum_d^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t} b^{t+1}$$

Новые состояния

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$\begin{aligned} & \sum_{t=0}^{q-1} s_{d,t+1} b^{t+1} = \\ &= \sum_{t=0}^{q-1} \left(\sum_d^+ s_{k,t} b^{t+1} + \sum_d^- z_{\ell,t} s_{k,t} b^{t+1} + \sum_d^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t} b^{t+1} \right) \end{aligned}$$

Новые состояния

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$\begin{aligned} & \sum_{t=0}^{q-1} s_{d,t+1} b^{t+1} = \\ &= \sum_{t=0}^{q-1} \left(\sum_d^+ s_{k,t} b^{t+1} + \sum_d^- z_{\ell,t} s_{k,t} b^{t+1} + \sum_d^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t} b^{t+1} \right) \end{aligned}$$

Новые состояния

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$\begin{aligned} & \sum_{t=0}^{q-1} s_{d,t+1} b^{t+1} = \\ &= \sum_{t=0}^{q-1} \left(\sum_d^+ s_{k,t} b^{t+1} + \sum_d^- z_{\ell,t} s_{k,t} b^{t+1} + \sum_d^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t} b^{t+1} \right) \end{aligned}$$

$$s_d - s_{d,0} = b \sum_d^+ s_k + b \sum_d^+ (z_\ell \& s_k) + b \sum_d^0 ((e - z_\ell) \& s_k)$$

Новые состояния

$$s_k = \sum_{t=0}^q s_{k,t} b^t \quad z_\ell = \sum_{t=0}^q z_{\ell,t} b^t$$

$$\begin{aligned} & \sum_{t=0}^{q-1} s_{d,t+1} b^{t+1} = \\ &= \sum_{t=0}^{q-1} \left(\sum_d^+ s_{k,t} b^{t+1} + \sum_d^- z_{\ell,t} s_{k,t} b^{t+1} + \sum_d^0 (1 - z_{\ell,t}) s_{k,t} b^{t+1} \right) \end{aligned}$$

$$s_d - s_{d,0} = b \sum_d^+ s_k + b \sum_d^+ (z_\ell \& s_k) + b \sum_d^0 ((e - z_\ell) \& s_k)$$

$$e = \sum_{t=0}^{q-1} 1 \cdot b^{t+1} = \frac{b^q - 1}{b - 1}$$

Индикаторы нуля

$$z_{\ell,t} = \begin{cases} 0, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Индикаторы нуля

$$z_{\ell,t} = \begin{cases} 0, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1$$

Индикаторы нуля

$$z_{\ell,t} = \begin{cases} 0, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01 \dots 1$$

Индикаторы нуля

$$z_{\ell,t} = \begin{cases} 0, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01 \dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} =$$

Индикаторы нуля

$$z_{\ell,t} = \begin{cases} 0, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01 \dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01 \dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Индикаторы нуля

$$z_{\ell,t} = \begin{cases} 0, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01 \dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01 \dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$2^c \& (2^c - 1 + r_{\ell,t}) = 2^c z_{\ell,t}$$

Индикаторы нуля

$$z_{\ell,t} = \begin{cases} 0, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01 \dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01 \dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$2^c \& (2^c - 1 + r_{\ell,t}) = 2^c z_{\ell,t}$$

$$\sum_{t=0}^q (2^c \& (2^c - 1 + r_{\ell,t})) b^t = \sum_{t=0}^q 2^c z_{\ell,t} b^t$$

Индикаторы нуля

$$z_{\ell,t} = \begin{cases} 0, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01 \dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01 \dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$2^c \& (2^c - 1 + r_{\ell,t}) = 2^c z_{\ell,t}$$

$$\sum_{t=0}^q (2^c \& (2^c - 1 + r_{\ell,t})) b^t = \sum_{t=0}^q 2^c z_{\ell,t} b^t$$

$$2^c f \& ((2^c - 1)f + r_{\ell}) = 2^c z_{\ell} \quad f = \sum_{t=0}^q 1 \cdot b^t = \frac{b^{q+1} - 1}{b - 1}$$

Выбор c

$$r_{\ell,t} < b$$

Выбор c

$$r_{\ell,t} < b = 2^{c+1}$$

Выбор c

$$r_{\ell,t} < b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01 \dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01 \dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Выбор c

$$r_{\ell,t} < b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01 \dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01 \dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Выбор c

$$r_{\ell,t} < b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01 \dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01 \dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$2^c \& r_{\ell,t} = 0$$

Выбор c

$$r_{\ell,t} < b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01 \dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01 \dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$2^c \& r_{\ell,t} = 0$$

Выбор c

$$r_{\ell,t} < b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01 \dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01 \dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$2^c \& r_{\ell,t} = 0$$

Выбор c

$$r_{\ell,t} < b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01 \dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01 \dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$\sum_{t=0}^q (2^c \& r_{\ell,t}) b^t = 0$$

Выбор c

$$r_{\ell,t} < b = 2^{c+1} \quad r_{\ell,t} \leq 2^c - 1 = 01 \dots 1$$

$$2^c - 1 + r_{\ell,t} = \begin{cases} 01 \dots 1, & \text{если } r_{\ell,t} = 0 \\ 1 * \dots * & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$\sum_{t=0}^q (2^c \& r_{\ell,t}) b^t = 0$$

$$2^c f \& r_{\ell} = 0 \quad f = \sum_{t=0}^q 1 \cdot b^{t+1} = \frac{b^{q+1} - 1}{b - 1}$$

Все условия

Все условия

$$b = 2^{c+1}$$

Все условия

$$b = 2^{c+1}$$

$$r_\ell - r_{\ell,0} = br_\ell + b\sum_\ell^+ s_k - b\sum_\ell^-(z_\ell \& s_k)$$

Все условия

$$b = 2^{c+1}$$

$$r_\ell - r_{\ell,0} = br_\ell + b\sum_\ell^+ s_k - b\sum_\ell^-(z_\ell \& s_k)$$

$$s_d - s_{d,0} = b\sum_d^+ s_k + b\sum_d^+(z_\ell \& s_k) + b\sum_d^0((e - z_\ell) \& s_k)$$

Все условия

$$b = 2^{c+1}$$

$$r_\ell - r_{\ell,0} = br_\ell + b\sum_\ell^+ s_k - b\sum_\ell^-(z_\ell \& s_k)$$

$$s_d - s_{d,0} = b\sum_d^+ s_k + b\sum_d^+(z_\ell \& s_k) + b\sum_d^0((e - z_\ell) \& s_k)$$

$$e = \frac{b^q - 1}{b - 1}$$

Все условия

$$b = 2^{c+1}$$

$$r_\ell - r_{\ell,0} = br_\ell + b\sum_\ell^+ s_k - b\sum_\ell^-(z_\ell \& s_k)$$

$$s_d - s_{d,0} = b\sum_d^+ s_k + b\sum_d^+(z_\ell \& s_k) + b\sum_d^0((e - z_\ell) \& s_k)$$

$$e = \frac{b^q - 1}{b - 1}$$

$$2^c f \& ((2^c - 1)f + r_\ell) = 2^c z_\ell \quad f = \frac{b^{q+1} - 1}{b - 1}$$

Все условия

$$b = 2^{c+1}$$

$$r_\ell - r_{\ell,0} = br_\ell + b\sum_\ell^+ s_k - b\sum_\ell^-(z_\ell \& s_k)$$

$$s_d - s_{d,0} = b\sum_d^+ s_k + b\sum_d^+(z_\ell \& s_k) + b\sum_d^0((e - z_\ell) \& s_k)$$

$$e = \frac{b^q - 1}{b - 1}$$

$$2^c f \& ((2^c - 1)f + r_\ell) = 2^c z_\ell \quad f = \frac{b^{q+1} - 1}{b - 1}$$

$$2^c f \& r_\ell = 0$$

Все условия

$$b = 2^{c+1}$$

$$r_\ell - r_{\ell,0} = br_\ell + b\sum_\ell^+ s_k - b\sum_\ell^-(z_\ell \& s_k)$$

$$s_d - s_{d,0} = b\sum_d^+ s_k + b\sum_d^+(z_\ell \& s_k) + b\sum_d^0((e - z_\ell) \& s_k)$$

$$e = \frac{b^q - 1}{b - 1}$$

$$2^c f \& ((2^c - 1)f + r_\ell) = 2^c z_\ell \quad f = \frac{b^{q+1} - 1}{b - 1}$$

$$2^c f \& r_\ell = 0 \qquad s_m = b^q$$