Зоопарк дескрипционных логик (1)

- $\mathcal{A}$ttribute $\mathcal{L}$anguage, $\mathcal{AL}$

$$\top \mid \bot \mid A \mid \neg A \mid C \sqcap D \mid \exists R.\top \mid \forall R.C$$

Зоопарк дескрипционных логик (1)

- $\mathcal{A}$ttribute $\mathcal{L}$anguage, $\mathcal{AL}$

$$\top \mid \perp \mid \boldsymbol{A} \mid \neg \boldsymbol{A} \mid \boldsymbol{C} \sqcap \boldsymbol{D} \mid \exists \boldsymbol{R}.\top \mid \forall \boldsymbol{R}.\boldsymbol{C}$$

  – $\mathcal{F}$rame $\mathcal{L}$anguage, $\mathcal{FL}^{-}$

$$\top \mid \perp \mid \boldsymbol{A} \mid \boldsymbol{C} \sqcap \boldsymbol{D} \mid \exists \boldsymbol{R}.\top \mid \forall \boldsymbol{R}.\boldsymbol{C}$$

Зоопарк дескрипционных логик (1)

- $\mathcal{A}$ttribute $\mathcal{L}$anguage, $\mathcal{AL}$

$$\top \mid \bot \mid \boldsymbol{A} \mid \neg \boldsymbol{A} \mid \boldsymbol{C} \sqcap \boldsymbol{D} \mid \exists \boldsymbol{R}.\top \mid \forall \boldsymbol{R}.\boldsymbol{C}$$

  - $\mathcal{F}$rame $\mathcal{L}$anguage, $\mathcal{FL}^-$

$$\top \mid \bot \mid \boldsymbol{A} \mid \boldsymbol{C} \sqcap \boldsymbol{D} \mid \exists \boldsymbol{R}.\top \mid \forall \boldsymbol{R}.\boldsymbol{C}$$

  - $\mathcal{FL}_0$

$$\top \mid \bot \mid \boldsymbol{A} \mid \boldsymbol{C} \sqcap \boldsymbol{D} \mid \forall \boldsymbol{R}.\boldsymbol{C}$$

Зоопарк дескрипционных логик (1)

- $\mathcal{A}$ttribute $\mathcal{L}$anguage, $\mathcal{AL}$

$$\top \mid \bot \mid \boldsymbol{A} \mid \neg \boldsymbol{A} \mid \boldsymbol{C} \sqcap \boldsymbol{D} \mid \exists \boldsymbol{R}.\top \mid \forall \boldsymbol{R}.\boldsymbol{C}$$

  - $\mathcal{F}$rame $\mathcal{L}$anguage, $\mathcal{FL}^-$

$$\top \mid \bot \mid \boldsymbol{A} \mid \boldsymbol{C} \sqcap \boldsymbol{D} \mid \exists \boldsymbol{R}.\top \mid \forall \boldsymbol{R}.\boldsymbol{C}$$

  - $\mathcal{FL}_0$

$$\top \mid \bot \mid \boldsymbol{A} \mid \boldsymbol{C} \sqcap \boldsymbol{D} \mid \forall \boldsymbol{R}.\boldsymbol{C}$$

- $\mathcal{A}$ttribute $\mathcal{L}$anguage with $\mathcal{C}$omplements, $\mathcal{ALC}$

$$\bot \mid \boldsymbol{A} \mid \neg \boldsymbol{C} \mid \boldsymbol{C} \sqcap \boldsymbol{D} \mid \boldsymbol{C} \sqcup \boldsymbol{D} \mid \exists \boldsymbol{R}.\boldsymbol{C} \mid \forall \boldsymbol{R}.\boldsymbol{C}$$

Зоопарк дескрипционных логик (2)

- $\mathcal{F}$ – $\mathcal{F}$unctionality

$$\top \sqsubseteq \leq 1\boldsymbol{R}.\top$$

Зоопарк дескрипционных логик (2)

- $\mathcal{F}$ – $\mathcal{F}$unctionality

$$\top \sqsubseteq \leq 1\boldsymbol{R}.\top$$

- $\mathcal{N}$ – u$\mathcal{N}$qualified number restrictions

$$\leq \boldsymbol{nR}.\top \mid \geq \boldsymbol{nR}.\top$$

Зоопарк дескрипционных логик (2)

- $\mathcal{F}$ – $\mathcal{F}$unctionality

$$\top \sqsubseteq \leq 1R.\top$$

- $\mathcal{N}$ – u$\mathcal{N}$qualified number restrictions

$$\leq nR.\top \mid \geq nR.\top$$

- $\mathcal{Q}$ – $\mathcal{Q}$ualified number restrictions

$$\leq nR.C \mid \geq nR.C$$

Зоопарк дескрипционных логик (3)

- $\mathcal{S} - \mathcal{ALC} \quad +$ role transitivity

$$\mathsf{Transitive}(r)$$

Зоопарк дескрипционных логик (3)

- $\mathcal{S} - \mathcal{ALC} \quad +$ role transitivity

$$\text{Transitive}(r)$$

- $\mathcal{I} - \mathcal{I}$nverse roles

$$r^{-}$$

Зоопарк дескрипционных логик (3)

- $\mathcal{S} - \mathcal{ALC} \quad + \quad$ role transitivity

$$\text{Transitive}(r)$$

- $\mathcal{I} - \mathcal{I}$nverse roles

$$r^{-}$$

- $\mathcal{H}$ — role $\mathcal{H}$ierarchy

$$r \sqsubseteq s$$

Зоопарк дескрипционных логик (3)

- $\mathcal{S} - \mathcal{ALC} \quad + \quad$ role transitivity

  $$\text{Transitive}(r)$$

- $\mathcal{I} - \mathcal{I}$nverse roles

  $$r^{-}$$

- $\mathcal{H}$ — role $\mathcal{H}$ierarchy

  $$r \sqsubseteq s$$

- $\mathcal{R}$ — complex $\mathcal{R}$ole inclusions

  $$r \circ s \sqsubseteq t$$

Табличный алгоритм для $\mathcal{ALC}$: оптимизации

Логический анализ в $\mathcal{ALC}$

$\boldsymbol{T}$ — TBox и $\boldsymbol{C} \sqsubseteq \boldsymbol{D}$ — импликация концептов.

- **T влечет $C \sqsubseteq D$** т. и т.т., когда каждая модель $\boldsymbol{T}$ является моделью $\boldsymbol{C} \sqsubseteq \boldsymbol{D}$.
- **C реализуется совместно с T** т. и т.т., когда существует интерпретация $\mathcal{I}$, модель $\boldsymbol{T}$, т.ч. $\boldsymbol{C}^{\mathcal{I}} \neq \emptyset$.

Имеет место следующее:

- $\boldsymbol{T} \models \boldsymbol{C} \sqsubseteq \boldsymbol{D}$ т. и т.т., когда $\boldsymbol{C} \sqcap \neg \boldsymbol{D}$ не реализуется совместно с $\boldsymbol{T}$.

Правила вывода для проверки реализуемости $\mathcal{ALC}$-концептов

$S \rightarrow_{\sqcap} S \cup \{ x{:}C,\ x{:}D \}$ если (a) $x{:}C \sqcap D \in S$

(b) $x{:}C$ или $x{:}D$ не входит в S

$S \rightarrow_{\sqcup} S \cup \{ x{:}E \}$ если (a) $x{:}C \sqcup D \in S$

(b) ни $x{:}C$ ни $x{:}D$ не входят в S

(c) $E = C$ или $E = D$ **(ветвление!)**

$S \rightarrow_{\forall} S \cup \{ y{:}C \}$ если (a) $x{:}\forall R.C \in S$

(b) $(x, y){:}R \in S$

(c) $y{:}C \notin S$

$S \rightarrow_{\exists} S \cup \{ (x, y){:}R,\ y{:}C \}$ если (a) $x{:}\exists R.C \in S$

(b) y новый элемент

(c) нет z т.ч.

и $(x, z){:}R$ и $z{:}C$ входят в S

Правила вывода для проверки реализуемости $\mathcal{ALC}$-концептов совместно с T

$\boldsymbol{S} \;\rightarrow_{\boldsymbol{U}}\; \boldsymbol{S} \cup \{\, \boldsymbol{x}\colon \boldsymbol{D} \,\}$ если (a) $\top \sqsubseteq \boldsymbol{D} \in \boldsymbol{T}$

(b) $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{S}$

(c) $\boldsymbol{x}\colon \boldsymbol{D} \notin \boldsymbol{S}$

- Узел $\boldsymbol{x}$ **заблокирован** узлом $\boldsymbol{y}$ если

$$\{\boldsymbol{C} \mid \boldsymbol{x} : \boldsymbol{C} \in \boldsymbol{S}_i\} \subseteq \{\boldsymbol{D} \mid \boldsymbol{y} : \boldsymbol{D} \in \boldsymbol{S}_i\}$$

- Правила вывода применяются только к **не заблокированным** узлам.

Нормализация и упрощения

$$
\begin{aligned}
\mathsf{Norm}(A) &= A, \text{ для имени концепта } A\\
\mathsf{Norm}(\neg C) &= \mathsf{Simp}(\neg\mathsf{Norm}(C))\\
\mathsf{Norm}(C_1 \sqcap \ldots \sqcap C_n) &= \mathsf{Simp}(\sqcap\{\mathsf{Norm}(C_1) \cup \ldots \cup \mathsf{Norm}(C_n)\})\\
\mathsf{Norm}(C_1 \sqcup \ldots \sqcup C_n) &= \mathsf{Norm}(\neg(\neg C_1 \sqcap \ldots \sqcap \neg C_n))\\
\mathsf{Norm}(\forall R.C) &= \mathsf{Simp}(\forall R.\mathsf{Norm}(C))\\
\mathsf{Norm}(\exists R.C) &= \mathsf{Norm}(\neg\forall R.\neg C)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathsf{Simp}(A) &= A, \text{ для имени концепта } A\\
\mathsf{Simp}(\neg C) &= \begin{cases} \bot, & \text{если } C = \top\\ \top, & \text{если } C = \bot\\ \mathsf{Simp}(D), & \text{если } C = \neg D\\ \neg C, & \text{иначе} \end{cases}\\
\mathsf{Simp}(\sqcap S) &= \begin{cases} \bot, & \text{если } \bot \in S \text{ или } C, \neg C \in S\\ \top, & \text{если } S = \emptyset\\ \mathsf{Simp}(\sqcap S \setminus \{\top\}), & \text{если } \top \in S\\ \mathsf{Simp}(\sqcap P \cup S \setminus \{\sqcap P\}), & \text{если } \sqcap\{P\} \in S\\ \sqcap S, & \text{иначе} \end{cases}\\
\mathsf{Simp}(\forall R.C) &= \begin{cases} \top, & \text{если } C = \top\\ \forall R.C, & \text{иначе} \end{cases}
\end{aligned}
$$

Пример

$$\forall \boldsymbol{r}.(\boldsymbol{A} \sqcap \boldsymbol{B}) \sqcap \exists \boldsymbol{r}.(\neg \boldsymbol{A} \sqcup \neg \boldsymbol{B})$$

Пример

$$\forall r.(A \sqcap B) \sqcap \exists r.(\neg A \sqcup \neg B)$$

+ Легко реализовать

+ Раннее завершение вывода

+ Уменьшает размер

– (Небольшие) вычислительные ресурсы

– Не помогает на плохо структурированных TBox

Определения (1)

Хотя $A \sqsubseteq C$ может быть переписано в $\top \sqsubseteq \neg A \sqcup C$, это приводит к недетерминизму

$$S \;\rightarrow_U\; S \cup \{\, x{:}\,D \,\} \quad \text{если} \quad \begin{array}{ll} \text{(a)} & \top \sqsubseteq D \in T \\ \text{(b)} & x \in S \\ \text{(c)} & x{:}\,D \notin S \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \textbf{Pericardium} & \sqsubseteq & \textbf{Tissue} \sqcap \exists \textbf{cont\_in.Heart} \\ \textbf{Pericarditis} & \sqsubseteq & \textbf{Inflammation} \sqcap \exists \textbf{has\_loc.Pericardium} \\ \textbf{Inflammation} & \sqsubseteq & \textbf{Disease} \sqcap \exists \textbf{acts\_on.Tissue} \\ \textbf{Disease} \sqcap \exists \textbf{has\_loc.}\exists \textbf{cont\_in.Heart} & \sqsubseteq & \textbf{Heartdisease} \sqcap \textbf{NeedsTreatment} \end{array}$$

$$T \overset{?}{\models} \textbf{Pericardium} \sqsubseteq \textbf{Inflamation}$$

Определения (2)

Хотя $A \sqsubseteq C$ может быть переписано в $\top \sqsubseteq \neg A \sqcup C$, это приводит к недетерминизму

$$S \;\rightarrow_U\; S \cup \{\, x\colon D \,\} \qquad \text{если} \quad \begin{array}{ll} \text{(a)} & \top \sqsubseteq D \in T \\ \text{(b)} & x \in S \\ \text{(c)} & x\colon D \notin S \end{array}$$

$\top \quad \sqsubseteq \quad \neg$**Pericardium** $\sqcup$ **Tissue** $\sqcap$ $\exists$**cont_in.Heart**

$\top \quad \sqsubseteq \quad \neg$**Pericarditis** $\sqcup$ **Inflammation** $\sqcap$ $\exists$**has_loc.Pericardium**

$\top \quad \sqsubseteq \quad \neg$**Inflammation** $\sqcup$ **Disease** $\sqcap$ $\exists$**acts_on.Tissue**

$\top \quad \sqsubseteq \quad \neg$**Disease** $\sqcup$ $\neg\exists$**has_loc.**$\exists$**cont_in.Heart** $\sqcup$ **Heartdisease** $\sqcap$ **NeedsTreatment**

? **Pericardium** $\sqcap$ $\neg$**Inflamation** реализуем совместно с T

Отложенное развёртывание

Отложенное развёртывание

- $\boldsymbol{T = T_u \cup T_g}$:

Отложенное развёртывание

- $T = T_u \cup T_g$:
  - T_u: правила вида $A \sqsubseteq C, \quad \neg A \sqsubseteq C,$

    применять отложенное развёртывание

    $S \ \rightarrow_{LU} \ S \cup \{ \, x{:}\, C \, \}$ если (a) $A \sqsubseteq C \in T$

    (b) $x{:}\, C \notin S$

Отложенное развёртывание

- $T = T_u \cup T_g$:
  - T_u: правила вида $A \sqsubseteq C, \quad \neg A \sqsubseteq C$,

    применять отложенное развёртывание

    $S \ \longrightarrow_{LU} \ S \cup \{\, x{:}C \,\}$ если (a) $A \sqsubseteq C \in T$

    (b) $x{:}C \notin S$
  - T_g: импликации концептов вида $C \sqsubseteq D$

    применять $\longrightarrow_U$

Пример

$\boldsymbol{T_u}$:

$$\begin{array}{rcl} \textbf{Pericardium} & \sqsubseteq & \textbf{Tissue} \sqcap \exists \textbf{cont\_in.Heart} \\ \textbf{Pericarditis} & \sqsubseteq & \textbf{Inflammation} \sqcap \exists \textbf{has\_loc.Pericardium} \\ \textbf{Inflammation} & \sqsubseteq & \textbf{Disease} \sqcap \exists \textbf{acts\_on.Tissue} \end{array}$$

$\boldsymbol{T_g}$:

$$\top \sqsubseteq \neg\textbf{Disease} \sqcup \neg\exists\textbf{has\_loc.}\exists\textbf{cont\_in.Heart} \sqcup \textbf{Heartdisease} \sqcap \textbf{NeedsTreatment}$$

? $\textbf{Pericardium} \sqcap \neg\textbf{Inflamation}$ реализуем совместно с $\boldsymbol{T}$

Абсорбция

Техника превращения импликаций концептов в правила

Пример:

$$geometric\_figure \sqcap \exists anglles.three \sqsubseteq \exists sides.three$$

$$geometric\_figure \sqsubseteq figure$$

Абсорбция

Техника превращения импликаций концептов в правила

Пример:

$$geometric\_figure \sqcap \exists anglles.three \sqsubseteq \exists sides.three$$

$$geometric\_figure \sqsubseteq figure$$

$$geometric\_figure \sqsubseteq figure \sqcap shape$$

Абсорбция

Техника превращения импликаций концептов в правила

Пример:

$$geometric\_figure \sqcap \exists anglles.three \sqsubseteq \exists sides.three$$

$$geometric\_figure \sqsubseteq figure$$

$$geometric\_figure \sqsubseteq figure \sqcap shape$$

Ускорение на **четыре порядка**

Осторожнее с обобщениями!

- Можно обобщить, включив отрицания имён слева от $\sqsubseteq$.

$$T = T_u \cup T_g; \quad T_u = \{A \sqsubseteq D, \neg A \sqsubseteq \neg C\},\ T_g = \emptyset$$

$$T' = T'_u \cup T'_g; \quad T'_u = \emptyset,\ T'_g = \{A \sqsubseteq D, \neg A \sqsubseteq \neg C\}$$

Осторожнее с обобщениями!

- Можно обобщить, включив отрицания имён слева от $\sqsubseteq$.

$$T = T_u \cup T_g; \quad T_u = \{A \sqsubseteq D, \neg A \sqsubseteq \neg C\},\ T_g = \emptyset$$

$$T' = T'_u \cup T'_g; \quad T'_u = \emptyset,\ T'_g = \{A \sqsubseteq D, \neg A \sqsubseteq \neg C\}$$

- Можно, но осторожно...

Оптимизация классификации

- Не все пары A, B необходимо пробовать

$$\mathcal{T} \models A \sqsubseteq B, \quad \mathcal{T} \models B \sqsubseteq B' \quad \text{влечет} \quad \mathcal{T} \models A \sqsubseteq B'$$

Оптимизация классификации

- Не все пары $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ необходимо пробовать

$$\boldsymbol{T} \models \boldsymbol{A} \sqsubseteq \boldsymbol{B}, \quad \boldsymbol{T} \models \boldsymbol{B} \sqsubseteq \boldsymbol{B'} \quad \text{влечет} \quad \boldsymbol{T} \models \boldsymbol{A} \sqsubseteq \boldsymbol{B'}$$

- Аналогично,

$$\boldsymbol{T} \not\models \boldsymbol{A} \sqsubseteq \boldsymbol{B}, \quad \boldsymbol{T} \models \boldsymbol{B'} \sqsubseteq \boldsymbol{B} \quad \text{влечет} \quad \boldsymbol{T} \not\models \boldsymbol{A} \sqsubseteq \boldsymbol{B'}$$

Оптимизация классификации

- Не все пары A, B необходимо пробовать

$$T \models A \sqsubseteq B, \quad T \models B \sqsubseteq B' \quad \text{влечет} \quad T \models A \sqsubseteq B'$$

- Аналогично,

$$T \not\models A \sqsubseteq B, \quad T \models B' \sqsubseteq B \quad \text{влечет} \quad T \not\models A \sqsubseteq B'$$

- Использовать заданные включения

$$A \sqsubseteq B \sqcap C \in T \quad \text{влечет} \quad A \sqsubseteq B$$

Оптимизация классификации

- Не все пары $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ необходимо пробовать

$$\boldsymbol{T} \models \boldsymbol{A} \sqsubseteq \boldsymbol{B}, \quad \boldsymbol{T} \models \boldsymbol{B} \sqsubseteq \boldsymbol{B'} \quad \text{влечет} \quad \boldsymbol{T} \models \boldsymbol{A} \sqsubseteq \boldsymbol{B'}$$

- Аналогично,

$$\boldsymbol{T} \not\models \boldsymbol{A} \sqsubseteq \boldsymbol{B}, \quad \boldsymbol{T} \models \boldsymbol{B'} \sqsubseteq \boldsymbol{B} \quad \text{влечет} \quad \boldsymbol{T} \not\models \boldsymbol{A} \sqsubseteq \boldsymbol{B'}$$

- Использовать заданные включения

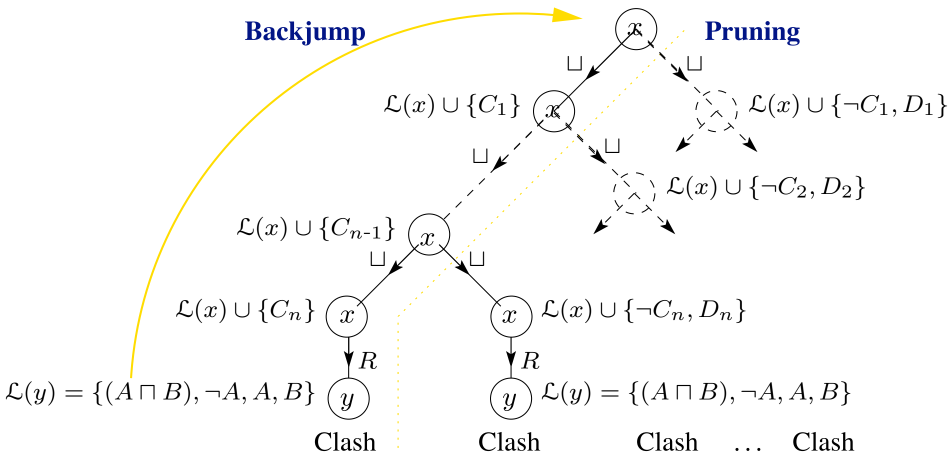
$$\boldsymbol{A} \sqsubseteq \boldsymbol{B} \sqcap \boldsymbol{C} \in \boldsymbol{T} \quad \text{влечет} \quad \boldsymbol{A} \sqsubseteq \boldsymbol{B}$$

- Сначала классифицировать тело, потом голову

$$\boldsymbol{A} \sqsubseteq \boldsymbol{D}$$

Backjumping

$$\exists R.\neg A \sqcap \forall R.(A \sqcap B) \sqcap (C_1 \sqcup D_1) \sqcap \ldots (C_n \sqcup D_n)$$



Оптимизация нереализуемых импликаций

Чаще всего $\boldsymbol{T} \not\models \boldsymbol{A} \sqsubseteq \boldsymbol{B}$

- TBox:

$$\text{Arm} \sqsubseteq \text{Body\_Part}$$
$$\text{Bacteria} \sqsubseteq \text{Living\_Organism}$$

Оптимизация нереализуемых импликаций

Чаще всего $\boldsymbol{T} \not\models \boldsymbol{A} \sqsubseteq \boldsymbol{B}$

- TBox:

$$\begin{aligned}&\text{Arm} \sqsubseteq \text{Body\_Part}\\&\text{Bacteria} \sqsubseteq \text{Living\_Organism}\end{aligned}$$

Arm $\sqcap$ $\neg$Bacteria реализуем совместно с $\boldsymbol{T}$.

Оптимизация нереализуемых импликаций

Чаще всего $\boldsymbol{T} \not\models \boldsymbol{A} \sqsubseteq \boldsymbol{B}$

- TBox:

$$\begin{aligned} &\text{Arm} \sqsubseteq \text{Body\_Part} \\ &\text{Bacteria} \sqsubseteq \text{Living\_Organism} \end{aligned}$$

  Arm $\sqcap$ $\neg$Bacteria реализуем совместно с $\boldsymbol{T}$.

- Для каждого имени концепта $\boldsymbol{A} \in \boldsymbol{T}$ построить табличный вывод для $\boldsymbol{A}$ и $\neg\boldsymbol{A}$.

Оптимизация нереализуемых импликаций

Чаще всего $T \not\models A \sqsubseteq B$

- TBox:

$$\begin{array}{l} \text{Arm} \sqsubseteq \text{Body\_Part} \\ \text{Bacteria} \sqsubseteq \text{Living\_Organism} \end{array}$$

  $\text{Arm} \sqcap \neg\text{Bacteria}$ реализуем совместно с T.

- Для каждого имени концепта $A \in T$ построить табличный вывод для A и $\neg A$.

- Для реализуемых концептов хранить корень таблицы

Оптимизация нереализуемых импликаций

Чаще всего $T \not\models A \sqsubseteq B$

- TBox:

$$\begin{array}{l} \text{Arm} \sqsubseteq \text{Body\_Part} \\ \text{Bacteria} \sqsubseteq \text{Living\_Organism} \end{array}$$

  Arm $\sqcap \neg$Bacteria реализуем совместно с T.

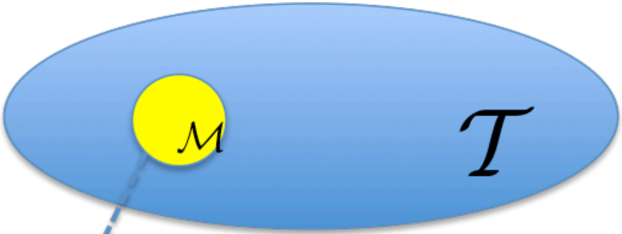
- Для каждого имени концепта $A \in T$ построить табличный вывод для A и $\neg A$.

- Для реализуемых концептов хранить корень таблицы

Быстрые но неполные методы классификации

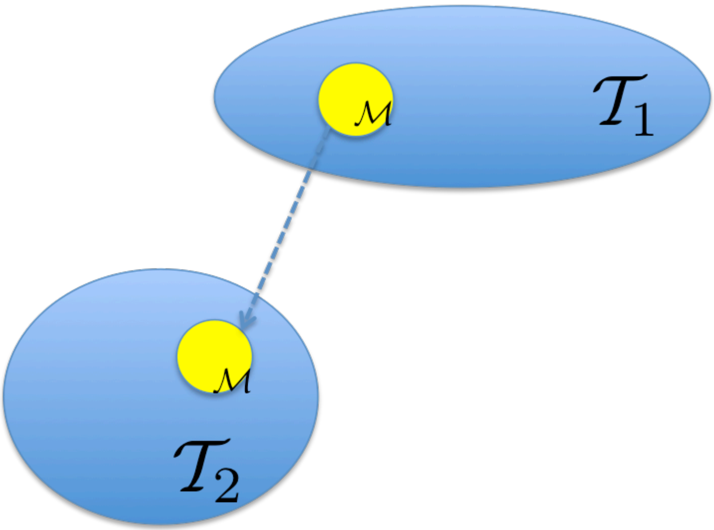
Модули в онтологиях

Модули и классификация



$$C \stackrel{?}{\sqsubseteq} D$$

Импортирование модулей



Проблема выбора подходящей части

Медицинские термины

$$\begin{aligned}
\underline{\text{Cystic_Fibrosis}} \;&\equiv\; \text{Fibrosis} \sqcap \exists \text{located_In.Pancreas} \sqcap \\
&\quad \sqcap \exists \text{has_Origin.Genetic_Origin}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Genetic_Fibrosis} \equiv \text{Fibrosis} \sqcap \\
\sqcap \exists \text{has_Origin.Genetic_Origin}
\end{aligned}$$

$$\text{Fibrosis} \sqcap \exists \text{located\_In.Pancreas} \;\sqsubseteq\; \text{Genetic\_Fibrosis}$$

$$\text{Genetic\_Fibrosis} \;\sqsubseteq\; \underline{\text{Genetic\_Disorder}}$$

$$\begin{aligned}
\text{DEFBI_Gene} \sqsubseteq \text{Immuno_Protein_Gene} \sqcap \\
\sqcap \exists \text{associated_With.}\underline{\text{Cystic_Fibrosis}}
\end{aligned}$$

Менеджмент

$$\begin{aligned}
\text{Genetic_Disorder_Project} \;&\equiv\; \text{Project} \sqcap \\
&\quad \sqcap \exists \text{has_Focus.}\underline{\text{Genetic_Disorder}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Cystic_Fibrosis_EUProject} \;&\equiv\; \text{EUProject} \sqcap \\
&\quad \sqcap \exists \text{has_Focus.}\underline{\text{Cystic_Fibrosis}}
\end{aligned}$$

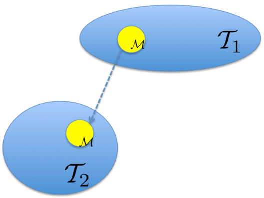
$$\text{EUProject} \sqsubseteq \text{Project}$$

Консервативное расширение

Набор имен концептов и ролей называется **сигнатурой**.

$$\mathbf{sig}(C), \quad \mathbf{sig}(C \sqsubseteq D), \quad \mathbf{sig}(\mathcal{T}), \quad \ldots$$

Консервативное расширение

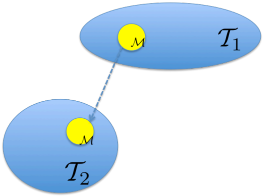


Набор имен концептов и ролей называется **сигнатурой**.

$$\mathsf{sig}(C), \quad \mathsf{sig}(C \sqsubseteq D), \quad \mathsf{sig}(\mathcal{T}), \quad \ldots$$

Неформально, $\mathcal{T}' \subseteq \mathcal{T}$ — модуль для сигнатуры Σ т. и т.т., когда $\mathcal{T}$ и $\mathcal{T}'$ "говорят" про Σ одно и то же

Консервативное расширение



Набор имен концептов и ролей называется **сигнатурой**.

$$\mathsf{sig}(C), \quad \mathsf{sig}(C \sqsubseteq D), \quad \mathsf{sig}(\mathcal{T}), \quad \ldots$$

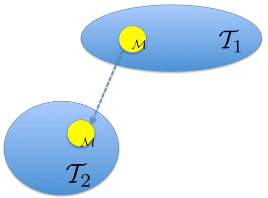
Неформально, $\mathcal{T}' \subseteq \mathcal{T}$ – модуль для сигнатуры Σ т. и т.т., когда $\mathcal{T}$ и $\mathcal{T}'$ "говорят" про Σ одно и то же

- $\mathcal{T}$ – **консервативное расширение** $\mathcal{T}'$ для любых (сложных) концептов C, D $\mathsf{sig}(C \sqsubseteq D) \subseteq \Sigma$

$$\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D \text{ т. и т.т., когда } \mathcal{T}' \models C \sqsubseteq D$$

Консервативное расширение

Набор имен концептов и ролей называется **сигнатурой**.



$$\textbf{sig}(C), \quad \textbf{sig}(C \sqsubseteq D), \quad \textbf{sig}(\mathcal{T}), \quad \ldots$$

Неформально, $\mathcal{T}' \subseteq \mathcal{T}$ — модуль для сигнатуры Σ т. и т.т., когда $\mathcal{T}$ и $\mathcal{T}'$ "говорят" про Σ одно и то же

- $\mathcal{T}$ — **консервативное расширение** $\mathcal{T}'$ для любых (сложных) концептов C, D $\textbf{sig}(C \sqsubseteq D) \subseteq \Sigma$

$$\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D \text{ т. и т.т., когда } \mathcal{T}' \models C \sqsubseteq D$$

- $\mathcal{T}$ — **модельное консервативное расширение** $\mathcal{T}'$ для любой интерпретации $\mathcal{I}' \models \mathcal{T}'$ существует интерпретация $\mathcal{I} \models \mathcal{T}$ т.ч.

$$\mathcal{I}|_{\Sigma} = \mathcal{I}'|_{\Sigma}$$

Сложность

- Задача определения является ли одна теория консервативным расширением другой **“на экспоненту сложнее”** задачи классификации

  ExpTime для $\mathcal{EL}$, 2ExpTime для $\mathcal{ALC}$

- Задача определения является ли одна теория модельным консервативным расширением другой **“обычно (сильно) неразрешима”**.

- Ограниченные языки

- Аппроксимация

Локальность

Теория $\mathcal{T}$ **семантически локальна** относительно сигнатуры Σ если любая интерпретация символов Σ может быть **тривиально** расширена до интерпретации $\mathcal{T}$.

Локальность

Теория $\mathcal{T}$ **семантически локальна** относительно сигнатуры Σ если любая интерпретация символов Σ может быть **тривиально** расширена до интерпретации $\mathcal{T}$.

Например,

$$\mathsf{EUProject} \sqsubseteq \mathsf{Project}$$

локальна относительно $\Sigma_1 = \{\mathsf{Project}\}$ и не локальна относительно $\Sigma_2 = \{\mathsf{EUProject}\}$

Локальность

Теория $\mathcal{T}$ **семантически локальна** относительно сигнатуры Σ если любая интерпретация символов Σ может быть **тривиально** расширена до интерпретации $\mathcal{T}$.

Например,

$$\mathsf{EUProject} \sqsubseteq \mathsf{Project}$$

локальна относительно $\Sigma_1 = \{\mathsf{Project}\}$ и не локальна относительно $\Sigma_2 = \{\mathsf{EUProject}\}$

Теорема. $\mathcal{T}' \subseteq \mathcal{T}$, $\mathcal{T} \setminus \mathcal{T}'$ локальна относительно **sig**$(\mathcal{T}')$. Тогда $\mathcal{T}$ является модельно консервативным расширением $\mathcal{T}'$ относительно Σ.

Теория, локальная относительно сигнатуры, не меняет определений в этой сигнатуре.

Разрешающая процедура для проверки локальности

Теорема. $\mathcal{T}$ – $\mathcal{SHOIQ}$-теория и Σ – сигнатура.

$\mathcal{T}_\Sigma$ получена заменой всех символов **sig**$(\mathcal{T}) \setminus \Sigma$ на $\bot$.

Точнее, для всех $A, r \notin \Sigma$ ($R = r$ или r^-)

- A, $\exists R.C$, $\geq nR.C \longrightarrow \bot$.
- удалить **Trans**(r)
- $a : A$, $r(a, b) \longrightarrow \top \sqsubseteq \bot$.

$\mathcal{T}$ локальна для Σ т. и т.т., когда $\mathcal{T}_\Sigma$ состоит из тавтологий

Разрешающая процедура для проверки локальности

Теорема. $\mathcal{T}$ – $\mathcal{SHOIQ}$-теория и Σ – сигнатура.

$\mathcal{T}_\Sigma$ получена заменой всех символов **sig**$(\mathcal{T}) \setminus \Sigma$ на $\bot$.

Точнее, для всех $A, r \notin \Sigma$ ($R = r$ или r^-)

- A, $\exists R.C$, $\geq nR.C \longrightarrow \bot$.
- удалить **Trans**(r)
- $a : A$, $r(a, b) \longrightarrow \top \sqsubseteq \bot$.

$\mathcal{T}$ локальна для Σ т. и т.т., когда $\mathcal{T}_\Sigma$ состоит из тавтологий

Воспользуемся процедурой классификации для выяснения